**Задача 2**. Моделирование и обработка выборки из дискретного закона распределения.

**Задание.**

1. Для данного смоделируйте выборку из биномиального закона распределения: .

2. Для полученной выборки постройте статистический ряд. Найдите эмпирическую функцию распределения Постройте на одном рисунке графики и . Вычислите статистику Колмогорова.

3. Вычислите выборочное среднее и выборочную дисперсию и сравните с истинными значениями этих характеристик.

**Объяснения**

**Принцип моделирования выборки из дискретного распределения.**

Пусть моделируемый закон имеет ряд распределения

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значения СВ |  |  | … |  |  |
| Вероятности |  |  | … |  |  |

Интервал разбиваем на интервалов следующим образом

**Алгоритм**

1. Берем - случайную точку на

2. Если , то

Если попадает в интервал , , то

Если , то .

Данные задачи 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | Количество испытаний | Вероятность успеха в одном испытании | Объем выборки |
| 1 | 8 | 0,3 | 100 |
| 2 | 10 | 0,4 | 120 |
| 3 | 12 | 0,5 | 150 |
| 4 | 15 | 0,25 | 180 |
| 5 | 8 | 0,5 | 200 |
| 6 | 10 | 0,35 | 100 |
| 7 | 12 | 0,4 | 160 |
| 8 | 15 | 0,8 | 180 |
| 9 | 8 | 0,7 | 140 |
| 10 | 10 | 0,55 | 150 |
| 11 | 12 | 0,3 | 160 |
| 12 | 15 | 0,4 | 150 |
| 13 | 8 | 0,6 | 180 |
| 14 | 10 | 0,75 | 160 |
| 15 | 12 | 0,5 | 170 |
| 16 | 15 | 0,3 | 160 |
| 17 | 8 | 0,45 | 150 |
| 18 | 10 | 0,65 | 140 |
| 19 | 12 | 0,7 | 160 |
| 20 | 15 | 0,85 | 150 |
| 21 | 16 | 0,2 | 80 |
| 22 | 18 | 0,4 | 90 |
| 23 | 20 | 0,6 | 80 |
| 24 | 16 | 0,8 | 80 |
| 25 | 20 | 0,25 | 100 |

**Пример выполнения.**

Данные

1. Находим теоретический закон

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Значения СВ | 0 | 1 | 2 |
| Вероятности | 1/4 | 1/2 | 1/4 |

Вероятности вычисляются по формуле Бернулли

Кумулятивные вероятности

1. Моделируем вектор из случайных чисел



**Важно!**

В среде Mathcad установите любое инициирующее значение для датчика случайных чисел в меню Инструменты-параметры документа (иначе первое «случайное» число будет 1.268х10\*(-3))

1. По вектору разыгрываем вектор в соответствии с алгоритмом

Получаем



1. Строим статистический ряд (здесь )

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Значения СВ | 0 | 1 | 2 |
| частоты | 44 | 74 | 42 |
| Относительные частоты | 0.275 | 0.463 | 0.263 |
| Накопленные частоты | 0.275 | 0.738 | 1 |

1. Находим эмпирическую функцию распределения
2. Строим совмещенные графики



1. Вычисляем статистику Колмогорова
2. Формулируем вывод
3. Приложение. Программный код

**Задача 3**. Моделирование выборки из абсолютно непрерывного закона распределения методом обратных функций.

**Задание.**

1. Для данного методом обратных функций смоделируйте выборку из закона распределения с заданной плотностью .

2. Для полученной выборки найдите гистограмму относительных частот. Постройте на одном рисунке графики теоретической плотности и гистограмму относительных частот.

3. Вычислите выборочное среднее и выборочную дисперсию и сравните с истинными значениями этих характеристик.

4. Используя неравенство Dvoretzky-Kiefer-Wolfowitz, постройте 90% доверительный интервал для функции распределения .

Приведите графическую иллюстрацию

**Объяснения к задаче 3.**

**Метод обратной функции моделирования абсолютно непрерывной СВ**

Пусть функция распределения строго монотонно возрастает

**Теорема**. Пусть случайная величина равномерно распределена на , пусть обратная функция к функции распределения . Тогда случайная величина распределена по закону .

**Доказательство**. Для равномерно распределенной на случайной величины верно, что . Следовательно, поскольку , то для всех значений

.

**Алгоритм**

1. - вспомогательное случайное значение на

2. - значение моделируемой случайной величины

Данные задачи 3

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Номер варианта | Плотность распределения теоретического закона | Объем выборки |
| 1 | Рэлей | 120 |
| 2 | Парето | 120 |
| 3 | Хи-квадрат | 160 |
| 4 | Стьюдент | 100 |
| 5 | Бэта-раcпределение | 170 |
| 6 | Фишер | 160 |
| 7 | Гаусс | 80 |
| 8 | Вейбулл | 120 |
| 9 | Логнормальное | 120 |
| 10 | Гамма-распределение | 120 |
| 11 | Бэта-раcпределение | 170 |
| 12 | Фишер | 100 |
| 13 | Хи-квадрат | 120 |
| 14 | Стьюдент | 120 |
| 15 | Гамма-распределение | 120 |
| 16 | Логнормальное | 120 |
| 17 | Бэта-раcпределение | 170 |
| 18 | Вейбулл | 100 |
| 19 |  | 80 |
| 20 | Парето | 200 |
| 21 | Хи-квадрат | 150 |
| 22 | Стьюдент | 120 |
| 23 | Бэта-раcпределение | 200 |
| 24 | Парето | 120 |
| 25 | Вейбулл | 120 |

Пример выполнения

Закон Парето

1. Находим функцию распределения

и обратную к ней функцию

**Примечание**. Если имеется встроенная обратная функция, то используем ее, например - обратная функция (квантиль уровня ) для нормального закона с указанными параметрами

1. Моделируем случайных чисел (в виде вектора или в виде матрицы) выводим на печать
2. Пересчитываем в соответствии с алгоритмом и выводим на печать смоделированный массив



1. Проводим первоначальную обработку полученных статистических данных как в задаче 1, причем подробно освещаем все этапы обработки



1. После построения гистограммы совмещенно с теоретической плотностью сравниваем характеристики

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Теоретическое среднее (математическое ожидание) | Выборочное (эмпирическое) среднее | Сравнение:  мало |
| Дисперсия | Выборочная дисперсия | Сравнение:  Дисперсии близки |

Находим эмпирическую функцию распределения и строим доверительный интервал на основе неравенства Дворецкого-Кифера-Волфовица (см. лекционный материал)

Э м п и р и ч е с к а я ф у н к ц и я р а с п р е д е л е н и я





1. Приводим графическую иллюстрацию



1. Формулируем выводы